

Сергей Гапоненко  
Валентина Хильманович

заведующий лабораторией нанооптики Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларусь,  
член-корреспондент

преподаватель Гродненского государственного университета им. Я. Купалы

# Классические аналогии квантовых явлений

Современное естественнонаучное образование и восприятие научной картины мира невозможны без понимания основ квантовой физики. Будущие преподаватели, инженеры и ученые, получающие знания по физике в классических, технических и педагогических университетах, знакомятся с квантовой механикой в учебных курсах атомной и квантовой физики или в других, посвященных принципам строения вещества и микромира.

Чрезвычайно важно уже на ранних этапах постижения квантовой физики развивать «квантовую» интуицию и «квантовое» мышление. Необходимость этого диктуется не только надобностью формирования у современных специалистов полноценной естественнонаучной картины мира, но и быстрым развитием наноэлектроники и нанотехнологий, в основе которых лежат квантовые свойства вещества. С точки зрения восприятия студентами курса квантовой механики является весьма сложным и вызывает немало трудностей. В педагогической практике культивируется мнение, что квантово-механические представления не обладают наглядностью. Это дает основания и преподавателю, и студентам заранее примириться с тем, что концепции, понятия и результаты квантовой механики находятся за границами наглядно-образного мышления, основа которого — образы и представления, включающие признаки изучаемого явления или процесса. Кроме того, во многих вузах отрывочный (например, в педагогических универси-

тетах) и эпизодический (для инженерных специальностей) характер подаваемого учебного материала дополнительно затрудняет формирование согласованной системы представлений о свойствах квантовых объектов. По этой причине для многих студентов квантовые явления не понятны и оторваны от общей физической картины макромира, в котором для них действуют законы классической механики. В этом заключается, возможно, основная причина сложности в восприятии и понимании квантовых эффектов. Возникает вопрос: как улучшить преподавание этого раздела физики, отобразив квантовые явления более наглядно? Можно ли сделать их понятными на уровне школьного образования?

Значительная часть особенностей микромира — следствие решения одночастичного стационарного уравнения Шредингера. Оно по форме совпадает с дифференциальным уравнением Гельмгольца, которое описывает свойства классических

волн, например звуковых или электромагнитных. Поэтому разнообразные квантовые явления имеют классические аналоги, и это свойство нам представляется весьма важным и полезным для понимания их физической сущности. Психологический барьер неприятия квантовых представлений в значительной степени понизится, если явления квантовой механики сопоставлять не с классической механикой, а с волновой оптикой.

На этом основании предлагается систематически использовать в вузовском, а может быть, в зачаточной форме, и в школьном обучении аналогичные пары явлений и эффектов квантовой, а точнее, волновой механики и волновой оптики. Все установленные аналогии обусловлены тремя основными факторами: отражением волн на скачках потенциала, существованием неоднородных волн в так называемых «классически запрещенных» областях, а также интерференцией волн, рассеянных на скачках показателя преломления или потенциала.

Оптические аналогии выбраны не случайно, а в силу нескольких весьма существенных причин. Во-первых, волновые эффекты в оптике хорошо известны из повседневного опыта. К ним относятся, например, отражение и преломление света на границах раздела двух сред, интерференционная окраска тонких пленок, зеркальные свойства металлических поверхностей. Во-вторых, волновые эффекты в оптике изучаются в курсах физики до того, как начинается изложение основ квантовой механики и атомной физики, причем их изучение не сводится к усвоению волновой теории света, но сопровождается практическими и лабораторными занятиями. Но самым серьезным аргументом, обусловившим выбор оптических аналогий для повышения наглядности при описании

## КВАНТОВЫЕ ЗАКОНЫ МИКРОМИРА

квантовых эффектов, стало удивительное «взаимодействие» волновой оптики и квантовой механики в процессе развития физической науки. Именно первая стала отправной точкой при поиске законов для описания микромира. Волновая механика формировалась в 20-х гг. прошлого века как такое приложение к классической механике, которое дополняло бы ее подобно тому, как волновая оптика существует с геометрической. Впоследствии в конце XX ст. в естествознании и технике произошел не менее удивительный обратный процесс. Результаты квантовой механики, полученные при решении задач о поведении электронов в сложных потенциалах, в первую очередь при построении одноэлектронной теории твердых тел, были систематически перенесены в оптику и во многом стимулировали развитие нанофotonики и разработку целой гаммы оптических микро- и наноустройств.

Такое плодотворное взаимодействие двух крупных разделов физической науки и человеческой практики отражает гармонию нашего мира, особенности развития физической теории, а также демонстрирует нетривиальные пути зарождения новых технологий на основе исключительно фундаментальных теоретических исследований (о чём, к сожалению, в последнее время стараются забыть, требуя от ученых немедленных промышленных приложений).

К сожалению, отражение взаимосвязи механики и оптики на ранних этапах зарождения квантовой механики не только не вошло в педагогическую практику, но, на наш взгляд, не получило адекватного внимания и в историко-научной литературе. В связи с этим напомним некоторые факты из истории физики.

На первой стадии становления квантовой механики оптические представления и оптико-механические аналогии имели определяющее значение для интуитивного формирования новых понятий и идей. Наиболее сильно их использование просматривается в основополагающих работах по созданию волновой механики Луи де Бройля и Эрвина Шредингера.

Луи де Бройль выдвинул теорию, устанавливающую связь между частицами и волнами. В 1923—1924 гг. он первым высказал мысль о наличии волновых свойств у частиц и сформулировал идею об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. «Руководимый идеей глубокого тождества между принципом наименьшего действия (в механике) и принципом Ферма (в оптике), я с самого начала моих исследований по этому вопросу принял, что для заданной величины полной энергии движущегося тела и, следовательно, для заданной частоты ее волны и фазы динамически возможные траектории движущегося тела совпадают с возможными лучами волн», — писал де Бройль. Обращая внимание на сходство в уравнениях волновой оптики и кинематики частиц, Луи де Бройль нашел в теории Гамильтона — Якоби «теорию союза волн и частиц». Он рассмотрел как нечто связанное одно с другим основные идеи оптики и механики и пришел к выводу: «Лучевые траектории волн фазы совпадут с динамически возможными траекториями тела». Напомним, что принцип Ферма является основным для геометрической оптики. Его простейшая форма — утверждение, что луч света всегда распространяется в пространстве между двумя точками по тому же пути, вдоль которого время его прохождения меньше, чем вдоль любого из альтернативных путей.

Установленная в 1824 г. Гамильтоном аналогия между механикой и оптикой сыграла определяющую роль в появлении основного уравнения квантовой механики — уравнения Шредингера. Уравнения эйконала в геометрической оптике демонстрируют явную аналогию с уравнением Гамильтона — Якоби в классической механике. Эйконал (изображение) — функция в геометрической оптике, определяющая оптическую длину пути луча света между двумя произвольными точками, одна из которых принадлежит пространству объектов, а другая — изображений. Эрвин Шредингер использовал эту аналогию, что ясно отражено в его первых работах по квантовой механике, написанных в 1926 г. Эти труды содержали формулировку волнового уравнения,

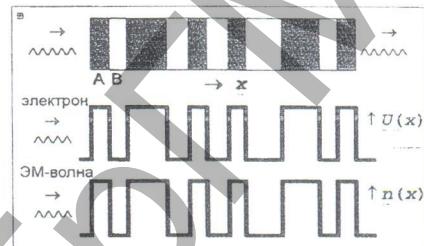


Рис. 1. Гипотетическая сложная среда, состоящая из областей с различными условиями распространения для электронов и электромагнитных волн. В случае электронов вдоль направления движения изменяется потенциальная энергия, а в случае электромагнитных волн — диэлектрическая проницаемость или показатель преломления

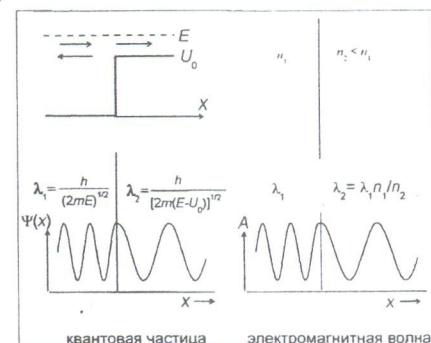


Рис. 2. Движение квантовой частицы (слева) и электромагнитной волны (справа) над ступенькой потенциала и показателя преломления соответственно. В обоих случаях имеется частичное отражение и изменение длины волны. Ступенька потенциала «вверх» в квантовой механике соответствует ступеньке показателя преломления «вниз» в оптике. Для электрона показан график волновой функции, а для электромагнитной волны — амплитуды поля. На графиках не учтено изменение амплитуды при прохождении и отражении

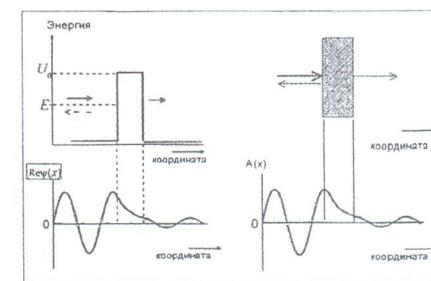


Рис. 3. Аналогия в туннелировании квантовой частицы (слева) и прохождении электромагнитной волны сквозь металлическую пластинку (справа). Волновая функция подобно амплитуде поля экспоненциально затухает внутри барьера, принимая вид синусоиды за барьером

его применение к атому водорода и обоснование. Влияние оптико-механической аналогии особенно ясно высказано в его нобелевской лекции «Фундаментальная идея волновой механики» (1933 г.).

Первая часть статьи Шредингера 1926 г. «Квантование как задача о собственных значениях» имеет подзаголовок «Оптико-механическая аналогия Гамильтона». Шредингер настойчиво указывает, что подобие принципов Гамильтона и Ферма не является математической случайностью, а имеет глубокую физическую причину. Он подчеркивает, что внутренняя связь теории Гамильтона с волновыми процессами была известна самому Гамильтону, но, к сожалению, не принималась во внимание длительное время. Называя уравнения геометрической оптики и принцип Ферма квинтэссенцией волновой теории света и указывая на саму эту теорию как на результат развития и обобщения геометрической оптики, Шредингер утверждает, что новую механику необходимо строить путем развития механики Гамильтона до волновой. Классику он называет «геометрической механикой» и проводит четкую мысль о том, что новая, волновая, механика должна соотноситься с классической,

как волновая оптика — с геометрической. Подчеркивая, что такое построение физической теории является отражением внутренней гармонии мира, позднее, в 1933 г., в своей нобелевской лекции Шредингер сказал: «Казалось, что природа осуществила одну и ту же закономерность двумя различными способами. Один раз — в случае света при помощи довольно ясной игры волн, в другой — в случае материальных точек, где положение вещей было неясно, если только не стараться и здесь говорить о волновой природе».

В 1927 г., через год после формулировки уравнения Шредингера, один из создателей квантовой теории Макс Планк в книге «Теория света» кратко и ясно оценил роль оптических представлений в развитии идей волновой механики. Он написал: «Законы новой механики найдены просто прослеживанием аналогии механики с оптикой».

Рассмотрим основные аналогии квантовой механики и оптики. Как уже отмечалось, они обусловлены волновыми свойствами квантовых частиц и электромагнитного излучения. Для их проявления необходимо изменение потенциальной энергии квантовой частицы либо диэлектрической прони-

цаемости среды, в которой распространяется излучение, на масштабах, сравнимых с соответствующей длиной волны. Для электрона — это единицы нанометров, а для света — сотни нанометров (рис. 1).

Основополагающими являются две аналогии. Первая — между отражением/прохождением света на границе двух диэлектриков и отражением/прохождением квантовой частицы над потенциальным полубесконечным барьером (рис. 2). Вторая — между туннелированием квантовой частицы под барьером и распространением электромагнитной волны сквозь тонкую металлическую пластинку (рис. 3) либо сквозь тонкий слой диэлектрика в условиях нарушенного полного внутреннего отражения.

С использованием этих двух базовых примеров становится понятной целая серия аналогий, приведенных в таблице.

Следует еще раз подчеркнуть, что указанные аналогии являются физически корректными, так как основаны на решении математически идентичных задач. Различие решений уравнений Шредингера и Гельмгольца состоит лишь в том, что в первом случае получается волновая функция, квадрат которой определяет вероятность (и продолжительность) пребывания частицы в данной области пространства, а во втором — амплитуда поля, квадрат которой определяет интенсивность света в данной точке. Аналогия становится еще более полной, если сравнивать излучение не с единичным электроном, а с потоком, содержащим статистически большое количество частиц. Тогда квадрат волновой функции определит число частиц в потоке в данной области пространства.

Математический анализ решений указанных уравнений приводит к идентичным выражениям для вероятностей прохождения и отражения в квантовом и классическом случаях, если в квантовой задаче использовать обозначение, аналогичное показателю преломления в оптике, определяющему изменение скорости движения на скачке потенциала. Этот подход не нов, он был предложен в середине прошлого века Арнольдом Зоммерфельдом.

Таблица. Аналогия свойств электронов и электромагнитных волн при распространении в сложных средах

| Профиль потенциала                     | Электрон  | Электромагнитная волна   |
|--|---|--|
| Полубесконечный барьер                 | Отражение/прохождение                                 | Отражение/прохождение  |
| Яма конечной ширины                    | Отражение/прохождение над ямой                        | Отражение, прохождение и моды<br>Фабри — Перо в воздушном зазоре между диэлектриками |
| Барьер конечной ширины                 | Отражение/прохождение над барьером                    | Отражение/прохождение и моды<br>Фабри — Перо для тонких диэлектрических пластинок    |
| Яма между двумя барьерами              | Туннелирование под барьером                           | Прозрачность тонких металлических пленок. Нарушенное полное внутреннее отражение     |
| Последовательность одинаковых барьеров | Резонансное туннелирование                            | Прозрачность интерферометров<br>Фабри — Перо   |
|  | Многократное расщепление стационарных уровней энергии | Многократное расщепление резонансных полос пропускания в связанных микрорезонаторах  |