

оценивания данных, полученных на реальной выборке, строится вероятностная модель, включающая оцененные значения конструкта для всех испытуемых, значения трудности всех пунктов и оценки в логитах для каждой сырой суммарной оценки по тесту. Процесс оценивания всех этих параметров носит итерационный характер, циклически повторяясь до достижения приемлемого критерия схождения итераций.

Конструирование равноинтервальной измерительной шкалы не заканчивается на процессе моделирования. Бесспорное достоинство модели Раша заключается в возможности дальнейшей проверки качества построенной модели и определения психометрических свойств шкалы. В модели Раша рассчитываются специальные индексы качества для каждого пункта теста и ответа испытуемого, показывающие насколько каждый пункт конструктивно состоятелен в рамках построенной шкалы по отношению к реальным данным. Если индексы качества соответствуют установленным критериям, то шкала обладает достоверными измерительными свойствами.

ТЕХНОЛОГИЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В МЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ РАША

Ассанович М.А.

*Гродненский государственный медицинский университет
г. Гродно, Республика Беларусь*

В метрической системе Раша в качестве способа расчета таких неизвестных параметров, как трудность пункта и выраженность конструкта, используется процедура безусловного статистического оценивания данных параметров методом максимального правдоподобия. Безусловное оценивание называется так, потому что не включает использование условных вероятностей. Оценивание трудности пунктов и выраженности конструкта у испытуемых осуществляется одновременно. Дело в том, что оценка качества модели основана на вычислении остатков разности наблюдаемых и

ожидаемых ответов. А ожидаемые ответы рассчитываются легче всего в случае именно одновременного оценивания параметров трудности и выраженности конструкта.

Статистическое оценивание является фундаментальным аспектом прикладной статистики. Существует целый ряд процедур оценивания: метод наименьших квадратов, минимального кси-квадрата, максимального правдоподобия. В модели Раша используется оценивание методом максимального правдоподобия. Данный метод оценивания был предложен Р. Фишером еще в 1920-х годах.

Основное уравнение модели Раша позволяет определить вероятность ключевого ответа на один любой пункт теста. Однако на основе этого же уравнения можно определить и общую вероятность появления всех ответов испытуемых, полученных при предъявлении им всех пунктов теста. Вопрос звучит следующим образом: какова вероятность, что данный конкретный набор ответов у данных испытуемых может быть получен при предъявлении им данного конкретного набора пунктов? Общая вероятность ответов еще иначе известна как правдоподобие ответов. Правдоподобие ответов является функцией от полученных в результате исследования данных (наблюдаемых данных). Естественно, изначально правдоподобие неизвестно. В основном уравнении Раша также присутствуют два неизвестных параметра, которые необходимы для построения измерительной шкалы. Этими параметрами являются трудность пункта и выраженность конструкта. Цель оценивания состоит в том, чтобы получить такие оценки этих неизвестных параметров, чтобы правдоподобие полученных ответов было настолько большим, насколько это возможно, т.е. максимальным. Таким образом, правдоподобие ответов можно рассматривать как функцию от известных наблюдаемых данных и неизвестных параметров. Тогда сами неизвестные параметры становятся собственно переменными, значения которых требуется найти. Вся процедура расчетов направлена на поиск значений этих параметров для

каждого полученного ответа (уравнение Раша относится к индивидуальному ответу), чтобы правдоподобие всех данных имело максимальную величину.

Техника расчетов основана на вычислении производной правдоподобия по каждому из неизвестных параметров и последующем проведении теста второй производной, при этом первая производная фиксируется на «0». В результате дифференцирования становятся известными оценки конструкта и трудности пунктов, при которых правдоподобие полученных ответов имеет максимальную величину.

Итак, стратегия оценивания неизвестных параметров включает 4 этапа:

- построение математического выражения правдоподобия наблюдаемых паттернов ответов;
- дифференцирование этого выражения по каждому из неизвестных параметров (выраженности конструкта β_n и трудности пункта δ_i);
- фиксация каждой производной на нуле;
- окончательное решение уравнений, позволяющих найти такие значения β_n для каждой оценки по тесту и δ_i для каждого пункта, чтобы правдоподобие ответов было максимальным.

Процедура оценивания применяется ко всему набору ответов испытуемых, полученных в результате психодиагностического исследования. Естественно, применительно ко всем пунктам и всем испытуемым получается достаточно большое количество неизвестных параметров. Каждый пункт имеет неизвестное значение трудности. Каждая оценка по тесту, которая может быть получена испытуемыми, соответствует неизвестному уровню выраженности латентного психологического конструкта. Однако пошаговое применение процедуры оценивания последовательно к паттерну ответов каждого испытуемого и каждому пункту позволяет найти все неизвестные параметры.

Техника решения дифференциальных уравнений при вычислении оценок неизвестных параметров отличается от эксплицитной процедуры решения обычных математических уравнений. Эксплицитная процедура –

это такая процедура решения, когда уравнение решается посредством ограниченного числа арифметических операций. Например, уравнение $2x - 3 = 3$ решается с помощью только двух операций: сложения и деления. Дифференциальные оценочные уравнения решаются не эксплицитным, а имплицитным способом, в котором количество требуемых вычислительных операций задается произвольным критерием. Например, уравнение $x + 2 \cdot \sin x = 0.73$ невозможно решить вышеописанным эксплицитным способом. Однако он успешно решается имплицитно с помощью процедуры, предложенной Ньютоном еще в конце 17 века.

Процедура Ньютона заключается в следующем.

1. Сначала обоснованно выбирается предполагаемое значение неизвестного параметра x и подставляется в уравнение.
2. Затем определяется остаток между исходным значением правой части уравнения и получившимся в результате подстановки.
3. Разница между начальным значением x и остатком используется для нахождения следующего наилучшего значения x .
4. Процесс нахождения наилучшего значения x продолжается до тех пор, пока остаток не станет достаточно малым. Величина остатка выбирается заранее до решения уравнения.

Каждый шаг подбора нового значения x называется итерацией. Решение уравнений методом Ньютона основано на выборе начальных значений параметров и последующем вычислении производных. Соответствие полученного остатка заданному называется сходимостью итерационного процесса, а заданный остаток – критерием схождения.

Данный метод эффективно применяется в системе Раша в процессе нахождения значений неизвестных параметров при максимуме правдоподобия ответов.

Рассмотрим основное уравнения модели Раша. Оно определяет вероятность ключевого ответа испытуемого n на пункт i как экспоненциальную функцию от разности между уровнем диагностируемого

конструкта у этого испытуемого (β_n) и трудности пункта, на который данный испытуемый дает ответ (δ_i). Если ответ испытуемого на пункт обозначить как X_{ni} , то общее уравнение вероятности любого ответа на дихотомический пункт будет иметь вид
$$P\langle X_{ni} | \beta_n, \delta_i \rangle = \frac{\exp X_{ni}(\beta_n - \delta_i)}{1 + \exp(\beta_n - \delta_i)}.$$

Данное уравнение оценивает вероятность ответа одного испытуемого на один пункт теста. Как видно, эта вероятность определяется разностью двух неизвестных параметров: выраженности конструкта β_n у испытуемого и трудности δ_i пункта, на который дается ответ. Задача состоит в нахождении этих неизвестных параметров не только для данного конкретного ответа, но и для всех ответов испытуемых на все пункты теста. Для выполнения этой задачи необходимо определить правдоподобие все полученной матрицы ответов. Матрица ответов имеет вид таблицы, в которой строки соответствуют испытуемым, а столбцы - пунктам. В ячейках находятся ответы испытуемых. Вероятность матрицы ответов является произведением всех вероятностей ответов в матрице.

Для того чтобы, трансформировать оценки по тесту в объективные независимые измерения необходимо найти неизвестные параметры β_n и δ_i , при которых наблюдаемые вероятности ответов имеют максимальную правдоподобность. Решение поставленной исследовательской задачи осуществляется путем нахождения первой производной уравнения правдоподобия по β_n и по δ_i отдельно для каждой наблюдаемой вероятности ответа. Затем уравнения первой производной приравниваются к нулю, поскольку решение функции, равной нулю, соответствует ее крайнему значению (максимуму или минимуму). После этого выполняется вычисление второй производной по каждому из неизвестных параметров с целью нахождения их оценок для решения, соответствующего максимальному значению (так называемый тест второй производной). Если вторая производная получает отрицательное значение, значит функция правдоподобия достигла своего максимума в этой точке.

Перед применением процедуры Ньютона следует определить начальные значения неизвестных параметров. Эти начальные значения будут использованы для проведения первой итерации. Алгоритм Ньютона не требует определенных начальных значений. Они могут быть любыми. Однако итеративный процесс сойдется быстрее, если начальные значения будут выбраны так, чтобы они не сильно отличались от конечных наилучших значений, соответствующих максимальному правдоподобию данного конкретного паттерна ответов.

В конце процедуры Ньютона завершается большой итерационный цикл. На выходе предоставляются улучшенные оценки трудностей пунктов и мер выраженности конструкта. Проверяется соблюдение условия конвергенции для всех оценок. Если это условие не соблюдается, тогда большой итерационный цикл повторяется. В качестве исходных оценок трудности и мер конструкта используются оценки, полученные в результате предыдущего цикла. Большой цикл повторяется до тех пор, пока для всех оценок не будет соблюдаться условие конвергенции. В этом случае будут получены оценки трудности и мер выраженности конструкта, соответствующие максимальному правдоподобию полученных данных. В результате конвергенции итерационного процесса для каждой общей оценки по тесту, привязанной к определенному паттерну ответов, устанавливается эквивалентная мера выраженности измеряемого психологического конструкта, выраженная в логитах. После построения равноинтервальной измерительной шкалы запускаются процедуры оценки качества соответствия построенной шкалы наблюдаемым данным и рассчитывается сепарационная статистика.